__________________ NOM : _______________________

___________________ 1 IMAT6 - ___

NOTES DE COURS

SUJET 8

FIGURES PLANES
Triangles et quadrilatères

Polygones vocabulaire
Triangles : classification, propriétés et construction
Quadrilatères : propriétés et construction
Polygones à plus de quatre côtés : propriétés et construction
Retour sur : unités, périmètre et aire

1. Vocabulaire : polygones

CONCEPT	DÉFINITION	DESSIN	
Polygone	Figure plane formée par une ligne brisée fermée.	Est :	N'est pas :
Polygone convexe	*Condition :* la mesure de chaque angle intérieur est inférieure à 180°.	Est :	N'est pas :
Polygone régulier	*Condition :* tous les côtés et angles sont isométriques.		
Côté	Segment de droite formant la frontière du polygone.		
Côtés adjacents	Deux cotés qui ont un sommet en commun.		

Sommet	Point de rencontre de deux côtés.	
Angle intérieur	Formé de deux côtés adjacents, il se situe à l'intérieur du polygone.	
Angle extérieur	Formé de deux côtés adjacents, il se situe à l'extérieur du polygone.	
Angles consécutifs	Deux angles qui se suivent. Liés par un côté commun.	
Diagonale	Segment reliant deux sommets non consécutifs.	

2. Triangles

Classement des triangles selon les mesures de leurs ANGLES

Nom du triangle	Dessin	Propriétés
Triangle acutangle		Tous les angles intérieurs sont aigus
Triangle Obtusangle		Possède UN angle obtu
Triangle rectangle		Possède UN angle droit
Triangle isoangle		Possède deux angles isométriques
Triangle équiangle		Possède trois angles isométriques

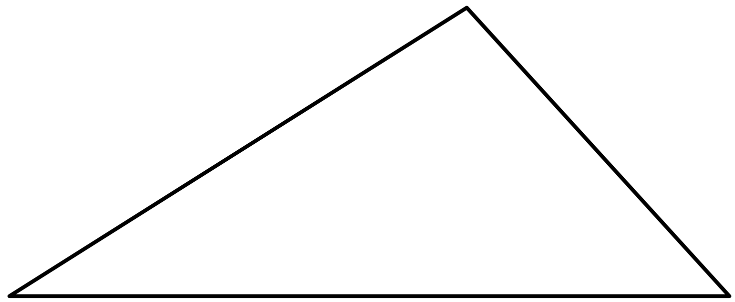
Classement des triangles selon les mesures de leurs CÔTÉS

Nom du triangle	Dessin	Propriétés
Triangle Scalène		Les mesures des trois côtés sont différentes
Triangle Isocèle		Deux côtés isométriques
Triangle Équilatéral		Trois côtés isométriques

Droites ou segments remarquables dans un triangle

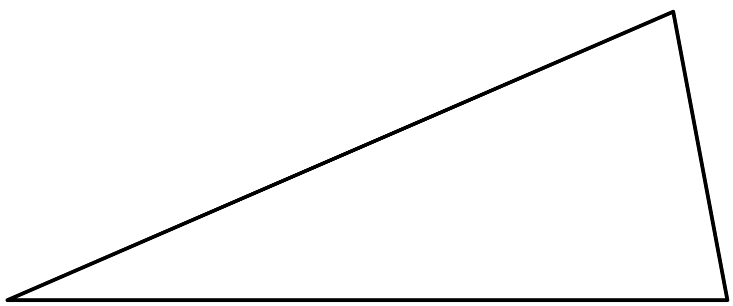
La médiane

Une médiane est un segment qui relie un sommet au milieu du côté qui lui est opposé. Le point de rencontre des trois médianes d'un triangle se nomme *centre de gravité.*



La hauteur

Une hauteur est un segment reliant *perpendiculairement* un sommet à son côté opposé, appelé *base*, ou à son prolongement. Chaque triangle a trois hauteur issues de chacun des trois sommets.



Théorème

Rappel : Côté opposé à un angle

Dans le triangle suivant : le côté ________ est opposé à l'angle ________
le côté ________ est opposé à l'angle ________
le côté ________ est opposé à l'angle ________

Dans tout triangle isocèle, les angles opposés aux côtés isométriques sont isométriques.

Construction de triangles (3 cas)

CAS #1 : On connait les mesures des 3 côtés

- Tracer le côté le plus long
- À chaque extrémité, tracer un arc de cercle ayant pour ouverture respectivement les mesures des deux autres côtés
- L'intersection des arcs forme le troisième sommet
- Former le triangle et identifier les sommets et les mesures données

Trace le triangle POC suivant : $m\overline{PO} = 5\ cm$, $m\overline{OC} = 4\ cm$, $m\overline{PC} = 3\ cm$.

CAS #2 : On connait la mesure d'un angle et celles des deux côtés adjacents à cet angle

- Tracer un des côtés
- À partir d'une extrémité, tracer l'angle en prenant soin de mesurer le deuxième côté
- Former le triangle et identifier les sommets et les mesures données

Trace le triangle DEF suivant : $m\overline{EF} = 2{,}5\ cm$, $m\overline{ED} = 3\ cm$, $m\angle DEF = 70°$.

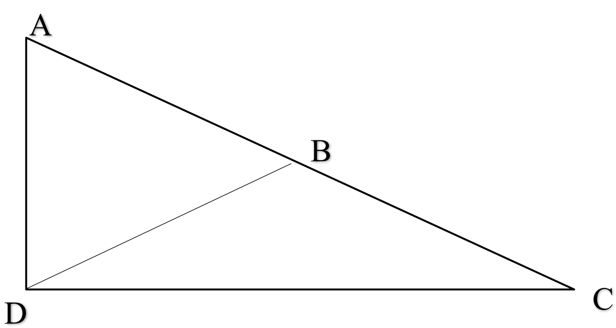
CAS #3 : On connait la mesure de deux angles et celle du côté commun à ces deux angles

- Tracer le côté
- À chaque extrémité, tracer les angles en allongeant les côtés pour qu'ils se touchent (3ème sommet).
- Former le triangle et identifier les sommets et les mesures données

Trace le triangle BIF suivant : $m\overline{BI} = 4{,}5\ cm$, $m\angle FBI = 40°$, $m\angle FIB = 50°$.

Trouver des mesures d'angles en justifiant

Trouve toutes les mesures angles demandées en justifiant chaque étape.



- ΔACD est rectangle en D
- $\overline{BD}$ est la médiane du ΔACD
- $m\angle BDC = 25°$
- $m\overline{BD} = m\overline{BC}$

$m\angle ACD =$ _____
car ____

$m\angle ADB =$ _____
car ____

$m\angle CBD =$ _____
car ____

$m\angle ABD =$ _____
car ____

3. Quadrilatères

Propriétés et construction des quadrilatères

Le carré — Dessin

Tous les côtés sont isométriques.
Tous les angles sont isométriques et mesurent 90 degrés.
Les diagonales sont isométriques.
Les diagonales se coupent en leur milieu.
Les diagonales sont perpendiculaires.

Construit le carré TRUC de 2 cm de côté.

Le parallélogramme — Dessin

Les côtés opposés sont isométriques.
Les côtés opposés sont parallèles.
Les angles opposés sont isométriques.
*Les angles consécutifs sont supplémentaires (180 degrés).
Les diagonales se coupent en leur milieu.

Construit le parallélogramme FLOU qui a un côté mesurant 3 cm, un autre côté mesurant 2 cm et un angle de 120°.

Le rectangle — Dessin

Les côtés opposés sont isométriques.
Les côtés opposés sont parallèles.
Tous les angles sont isométriques et mesurent 90 degrés.
Les diagonales sont isométriques.
Les diagonales se coupent en leur milieu.

Le losange — Dessin

Tous les côtés sont isométriques.
Les angles opposés sont isométriques.
*Les angles consécutifs sont supplémentaires (180 degrés).
Les diagonales se coupent en leur milieu.
Les diagonales sont perpendiculaires.

Construit le losange LASO dont les diagonales mesurent respectivement 4 cm et 6 cm.

Construit le losange ZERO dont les côtés mesurent 3,5 cm et un des angles intérieur, 50°.

Trapèze quelconque

Dessin

Les bases sont parallèles (une paire de côtés parallèles).

Trapèze rectangle

Dessin

Les bases sont parallèles (une paire de côtés parallèles).
Il possède deux angles droits (formés par les parallèles et la hauteur).

Trapèze (isocèle)

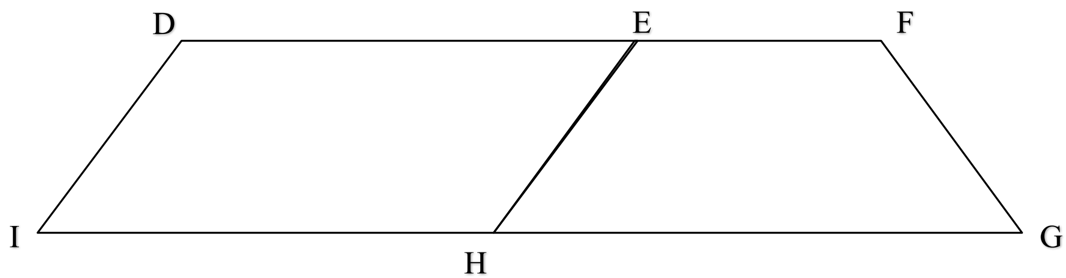
Dessin

Les bases sont parallèles (une paire de côtés parallèles).
Les côtés non parallèles sont isométriques.
Les angles opposés sont supplémentaires.
Les angles consécutifs formés par une même base sont isométriques.
Les angles consécutifs formés par des bases différentes sont supplémentaires.

Construit le trapèze isocèle SOFA dont la petite base mesure 2 cm, la grande base, 5 cm et la hauteur, 3 cm.

Trouver des mesures d’angles en justifiant

Trouve toutes les mesures angles demandées en justifiant chaque étape.



- DEHI est un parallélogramme
- EFGH est un trapèze isocèle
- $m\angle HID = 45°$

$m\angle IDE =$ _____

car ____

$m\angle EHI =$ _____

car ____

$m\angle EHG =$ _____

car ____

$m\angle FGH =$ _____

car ____

$m\angle EFG =$ _____

car ____

4. Polygones à plus de quatre côtés

Rappel : Noms des polygones

Nombre de côtés	Nom du polygone
3	_ _ _ angle
4	carré
5	_ _ _ _ _ gone
6	_ _ _ _ gone
7	_ _ _ _ _ gone
8	_ _ _ _ gone
9	_ _ _ _ _ gone
10	_ _ _ _ gone
11	_ _ _ _ _ _ _ gone
12	_ _ _ _ _ _ gone

Les angles intérieurs des polygones

Voici une formule qui permet de trouver la somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone.

où S : somme des mesures des angles intérieurs
n : nombre de côtés du polygone

Ex : Quelle est la somme des mesures des angles intérieurs d'un …

Pentagone ? Hexagone ? Octogone ?

Voici une formule qui permet de trouver la mesure d'un angle intérieur d'un polygone régulier.

où S : somme des mesures des angles intérieurs
n : nombre de côtés du polygone

Ex : Quelle est la mesure d'un angle intérieur d'un …

Heptagone régulier ? Décagone régulier ?

Ex : La somme des mesures des angles intérieurs d'un polygone régulier est 2700°. Combien de côtés a ce polygone régulier ?

<u>Les angles extérieurs des polygones</u>

Les angles extérieurs d'un polygone sont formés par le prolongement des côtés du polygone. Dessin :

<u>Théorème</u>
La somme des mesures des angles extérieurs de tous les polygones est de 360°.

* On peut aussi déduire que les angles intérieurs et extérieurs adjacents sont supplémentaires !

Ex 1: Quel est le nom du polygone régulier qui a un angle extérieur de 40° ?

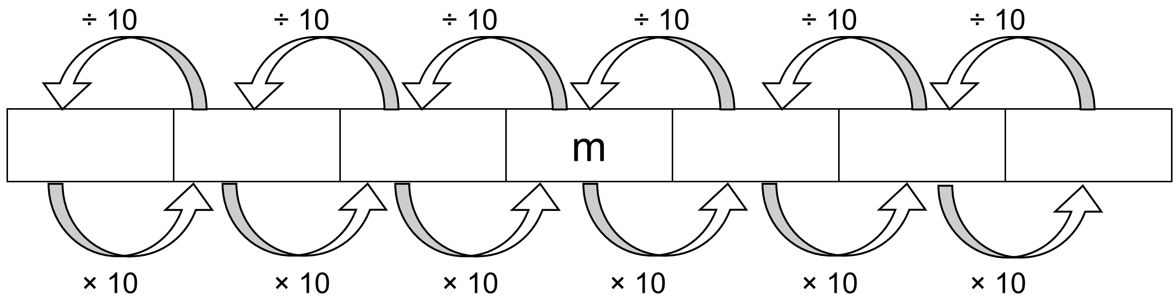
Ex 2 : Quelle est la mesure de l'angle extérieur du dodécagone ?

Construction de polygones réguliers

Il faut connaître la MESURE D'UN CÔTÉ et la MESURE D'UN ANGLE INTÉRIEUR.

Ex : Construit le pentagone régulier SAGES de 4 cm de côté.

5. Unités, périmètre et aire



On peut établir des échelles semblables pour les unités suivantes :

			l (litre)			

			g (gramme)			

Ex : Effectue les conversions d'unités de mesures suivantes :

a) 3,2 m = ______________cm

b) 0,13 dag = _____________hg

c) 5073 cg = _____________g

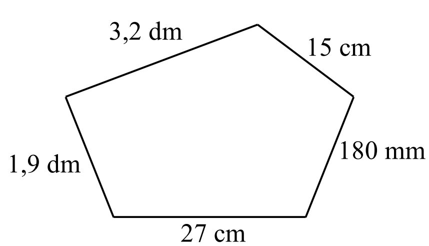
d) 3 hm = ______________cm

e) 458 ml = _____________l

f) 26 kl = ______________dal

Remarque : Lorsqu'on fait des calculs, on doit s'assurer que **toutes les unités sont identiques <u>avant de calculer</u>**.

Ex : Quel est le périmètre de ce pentagone?



1) Convertir toutes les unités en _________

2) Calculer : P =

Réponse :

Aire des figures planes (Démarche T-FRRU) – Exercices

1) Trouve l'aire d'un carré de 3,4 cm de côté.

2) Trouve l'aire d'un rectangle dont la largeur est 5,6 dm et dont la longueur est 1,35 fois la largeur.

3) Trouve l'aire d'un losange dont la petite diagonale mesure 30% de 15,6 cm et dont la grande diagonale mesure 1,5 fois la petite.

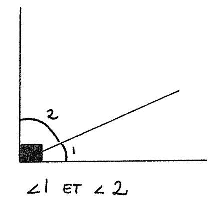
4) Trouve l'aire d'un parallélogramme dont la base est le quart de 12 mm et la hauteur $\frac{2}{3}$ de 39 mm.

5) Trouve l'aire d'un trapèze isocèle dont la grande base mesure 5 cm, la petite base est 4 fois plus petite que la grande base et la hauteur mesure la moitié de la somme des deux bases.

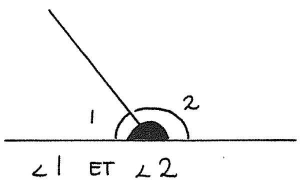
Rappel de notion

Relations entre les angles

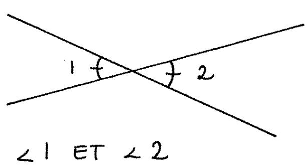
Complémentaires



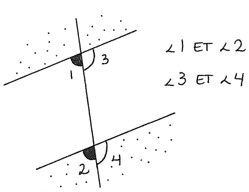
Supplémentaires



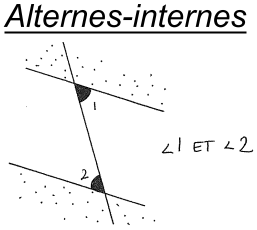
Opposés par le sommet



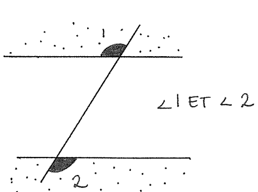
Correspondants



Alternes-internes



Alternes-externes



Justifications

Les angles adjacents (nommer les angles) sont **complémentaires**.

Les angles adjacents (nommer les angles) sont **supplémentaires**.

Les angles **opposés par le sommet** (nommer les angles) sont isométriques.

Les angles **correspondants** (nommer les angles) formés par les parallèles (nommer les droites) et la sécante (nommer la droite) sont isométriques.

Les angles **alternes-internes** (nommer les angles) formés par les parallèles (nommer les droites) et la sécante (nommer la droite) sont isométriques.

Les angles **alternes-externes** (nommer les angles) formés par les parallèles (nommer les droites) et la sécante (nommer la droite) sont isométriques.

Les angles adjacents forment un **angle plein**. (Autour d'un point il y a 360°.)

La **somme** des mesures des **angles intérieurs** d'un **triangle** est 180°.

La **somme** des mesures des **angles intérieurs** d'un **quadrilatère** est 360°.

La bissectrice d'un angle coupe cet angle en deux angles isométriques.

Formules d'aire et de périmètre

Figure	Aire	Périmètre
Carré	$A = c^2$	$P = 4c$
Rectangle	$A = bh$	$P = 2b + 2h$
Parallélogramme	$A = bh$	$P = 2b + 2c$
Triangle	$A = \frac{bh}{2}$	$P = c_1 + c_2 + c_3$
Losange	$A = \frac{Dd}{2}$	$P = 4c$
Trapèze	$A = \frac{(B + b)h}{2}$	$P = c_1 + c_2 + c_3 + c_4$
Polygone régulier	------	$P = nc$