

_____ NOM : _____

_____ I IMAT6 - _____

NOTES DE COURS

SUJET 6

FRACTIONS

Fraction (définition et représentation)

Transformer fraction \Leftrightarrow nombre fractionnaire

Fraction irréductible

Fraction équivalente

Dénominateur commun

Pourcentage

Représentation d'une fraction sur une droite numérique

Comparaison de fractions

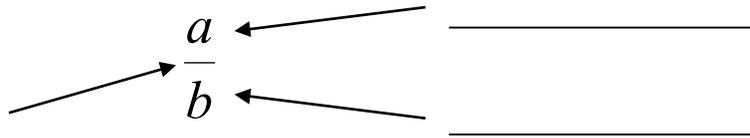
Opérations sur les fractions (+, -, \times , \div)

Résolution de problèmes avec fractions (DE, rabais et taxes)

1. Fraction (Définition et représentation)

Une fraction représente une partie d'un tout.

Une fraction $\frac{a}{b}$ est composée de deux termes, a et b qui sont des nombres entiers. ($b \neq 0$)



Sortes de fractions

Fractions inférieures à 1 :

Fractions égales à 1 :

Fractions supérieures à 1 :
(Nombres fractionnaires) :

Représentation d'une fraction par un dessin :



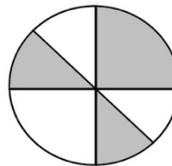
Ex : Quelle fraction est représentée par les dessins suivants?

a)



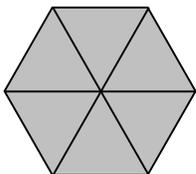
C'est la fraction

b)



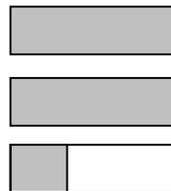
C'est la fraction

c)



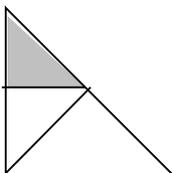
C'est la fraction

d)



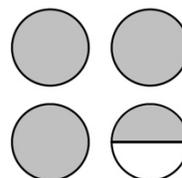
C'est la fraction

e)



C'est la fraction

f)



C'est la fraction

2. Fraction dans la vie

Les fractions se trouvent partout autour de vous...

Ex 1 : Tu souhaites préparer cette excellente recette de gâteau au chocolat de Ricardo (<https://www.ricardocuisine.com/recettes/4575-gateau-au-chocolat-4->), mais tu veux seulement en faire une moitié. Quelles quantités de chaque ingrédient utiliseras-tu ?

1. 500 ml (2 tasses) de farine tout usage.
2. 180 ml (3/4 tasse) de cacao de type Fry's.
3. 5 ml (1 c. à thé) de bicarbonate de soude.
4. 1 ml (1/4 c. à thé) de sel.
5. 180 ml (3/4 tasse) de beurre non salé, ramolli.
6. 375 ml (1 1/2 tasse) de sucre.
7. 3 oeufs, tempérés.
8. 10 ml (2 c. à thé) d'extrait de vanille.

Quantité de chaque ingrédient

Farine :

Cacao :

Bicarbonate de soude :

Sel :

Beurre :

Sucre :

Œufs :

Vanille :

Ex 2 : Tu souhaites fabriquer une table en bois d'une largeur de 36 po, pour ce faire, tu disposes de planches de $2\frac{1}{2}$ po de largeur. Combien de planches complètes utiliseras-tu et quelle largeur aura la dernière planche ?

Nombre de planches complètes

Largeur de la dernière planche

Ex 3 : Tu te demandes si tu as bien fait de participer à un tirage. Le billet coûte 2\$, tu as 20\$ à dépenser et au total 20 billets ont été achetés.

Probabilité (chances) de gagner

Ex 4 : Tu viens de recevoir le résultat de ton examen de mathématiques, tu as 13/17. Tes parents veulent connaître ton résultat en %.

Résultat en %

Ex 5 : Pour que la journée blanche ait lieu, on veut un taux de participation de 80%. S'il y a 2180 élèves dans l'école, combien d'élèves doivent participer pour que l'activité ait lieu ?

Nombre d'élèves devant participer

Ex 6 : Combien donnes-tu en pourboire à une serveuse si le montant de ta facture (avant taxes) est de 34,56 \$ considérant qu'elle a effectué un bon service (15%) ?

Montant à donner à la serveuse

Ex 7 : Tu veux installer un cadre sur le mur de ta chambre. Tu cherches un colombage pour fixer solidement ton clou. Considérant que le mur de placoplâtre mesure $\frac{3}{4}$ de po d'épaisseur et que pour être solidement planté ton clou doit pénétrer le bois d'au moins $\frac{5}{8}$ de po, quelle doit être la longueur du clou que tu choisiras ?

Longueur minimale du clou à choisir

Ex 8 : Tu achètes du tissu pour fabriquer des coussins. Tu achètes un quart de mètre de tissus rouge, un quart de mètre de tissus noir, un demi mètre de tissus vert et $\frac{3}{4}$ de mètre de tissus jaune. Combien cela fait-il de mètres de tissus en tout ?

Nb de mètres de tissus en tout

Ex 9 : Cela me prend un quart d'heure corriger deux élèves, combien de temps cela prendra-t-il pour corriger une classe de 28 élèves ?

Temps pour corriger une classe de 28 élèves

Ex 10 : J'ai parcouru 102 km sur un trajet de 306 km, quelle fraction du trajet ais-je parcouru ?

Fraction du trajet parcourue

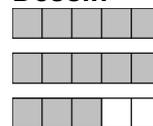
3. Transformer : Fraction \Leftrightarrow Nombre fractionnaire

▣ De nombre fractionnaire à fraction :

EX : $2\frac{3}{5}$ signifie qu'on a 2 entiers et $\frac{3}{5}$. Or, dans 1 entier, il y a $\frac{5}{5}$.

Donc on a : $2\frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$

Dessin



Truc (méthode de la roue) :

$$\begin{array}{r} + \\ \curvearrowright 3 \\ 2\frac{\quad}{5} = \frac{13}{5} \\ \times \\ \curvearrowleft 5 \end{array}$$

Ex :

a) $3\frac{7}{10} =$

b) $12\frac{1}{3} =$

c) $8\frac{5}{8} =$

d) $6\frac{3}{4} =$

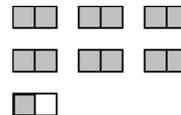
▣ De fraction à nombre fractionnaire :

On effectue la division et on inscrit le reste au numérateur.

EX : $\frac{13}{2}$ 2 entre combien de fois dans 13? \rightarrow 6 fois (reste 1)

On obtient comme résultat : $6\frac{1}{2}$

Dessin



Ex :

a) $\frac{12}{5} =$

b) $\frac{25}{4} =$

c) $\frac{40}{11} =$

d) $\frac{32}{8} =$

4. Fraction irréductible (fraction réduite)

Une fraction est irréductible si le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux, c'est-à-dire qu'ils n'ont **aucun facteur commun**.

Pour trouver la fraction irréductible on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre. **Aide-toi des critères de divisibilité ou du PGCD.**

Ex : Trouve la fraction irréductible des fractions suivantes. Laisser les traces.

a) $\frac{15}{35} =$ b) $\frac{18}{72} =$ c) $\frac{27}{135} =$ d) $\frac{26}{52} =$

5. Fractions équivalentes

Deux fractions sont équivalentes si elles représentent le même nombre.

Pour trouver des fractions équivalentes on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre, bref **on réduit les fractions**.

Ex1 : Encerle la ou les fractions équivalentes à $\frac{1}{2}$.

$\frac{6}{10}$ $\frac{13}{26}$ $\frac{15}{31}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{35}{70}$

Ex2 : Encerle la ou les fractions équivalentes à $\frac{3}{4}$.

$\frac{9}{10}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{12}{15}$ $\frac{15}{20}$ $\frac{21}{28}$ $\frac{9}{12}$

Ex3 : Encerle la fraction qui n'est pas équivalente aux autres.

a) $\frac{35}{42}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{20}{30}$

b) $\frac{4}{14}$ $\frac{8}{28}$ $\frac{14}{42}$ $\frac{10}{35}$

6. Recherche du dénominateur commun

On cherche un multiple commun (PPCM) à tous les dénominateurs.

Astuce : On trouve les multiples du plus grand dénominateur et on vérifie s'ils se divisent par les autres dénominateurs.

Ex : Trouve le dénominateur commun des fractions suivantes.

a) $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{8}$ multiples de 8 : _____

Dénominateur commun : _____

b) $\frac{9}{21}$ et $\frac{1}{6}$ multiples de 21 : _____

Dénominateur commun : _____

c) $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{12}$ et $\frac{8}{9}$ multiples de 12 : _____

Dénominateur commun : _____

7. Pourcentage (%)

Un pourcentage est une fraction dont le dénominateur est 100.

On remplace alors le dénominateur par le symbole %.

Ex : Transforme les fractions suivantes en pourcentage.

a) $\frac{68}{100} =$

b) $\frac{7}{10} = \frac{\quad}{100} =$

c) $\frac{18}{25} = \frac{\quad}{100} =$

d) $\frac{180}{400} = \frac{\quad}{100} =$

8. Représenter une fraction sur une droite numérique



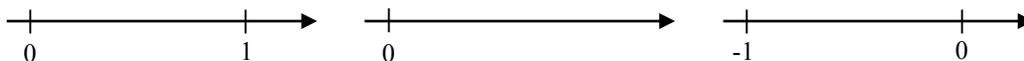
On doit séparer chaque unité en autant de parties que le dénominateur.

Ex : Représente chaque fraction sur une droite numérique.

a) $\frac{3}{4}$

b) $2\frac{1}{2}$

c) $-\frac{2}{3}$



Lorsqu'il y a plusieurs fractions, faire ce qui est le plus efficace selon le cas :

Trouver un dénominateur commun et séparer tout l'axe selon ce dénominateur.

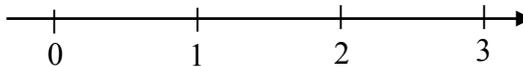
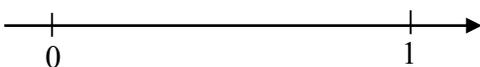
OU

Faire plusieurs graduations, entre chaque entier sur la droite, selon chaque dénominateur.

Ex : Place les fractions suivantes sur une même droite numérique.

a) $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{2}$

b) $1\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $2\frac{2}{5}$



9. Comparaison des fractions

Premier choix : Estimer

Deuxième choix : Trouver un dénominateur commun puis comparer les numérateurs des fractions.

Ex 1 : Place les fractions suivantes en ordre croissant. (Dénominateur commun : _____)

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{14}$$

$$\frac{1}{2}$$

Ordre croissant : _____

Ex 2 : Compare les fractions suivantes en utilisant les symboles $>$, $<$, $=$.

a) $= \frac{5}{9} \square \frac{3}{4} =$

b) $= \frac{3}{8} \square \frac{7}{21} =$

c) $= \frac{8}{21} \square \frac{12}{42} =$

Remarque : Lorsque les fractions ont le même numérateur, il n'est pas nécessaire de trouver le dénominateur commun. On est capable de le déduire sans calcul.

Ex : Place en ordre croissant : $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{2}{7}$

Ordre croissant : _____

10. Addition et soustraction de fractions

On met les fractions sur un même dénominateur (PPCM).
On additionne ou soustrait les **numérateurs seulement**.

Un nombre entier est
une fraction dont le
dénominateur est 1.

$$\text{Ex : } 6 = \frac{6}{1}$$

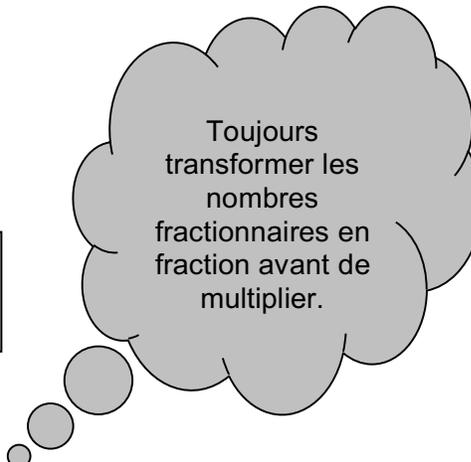
TOUJOURS SIMPLIFIER LES RÉPONSES.

Exemples :

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$	b) $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$
c) $4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{4}$	d) $2\frac{2}{5} + \frac{3}{2}$
e) $6 - 2\frac{1}{3} =$	f) $8\frac{1}{5} - 3\frac{7}{8}$

11. Multiplication de fractions

On multiplie les numérateurs et les dénominateurs ensemble.



Toujours transformer les nombres fractionnaires en fraction avant de multiplier.

TOUJOURS SIMPLIFIER LES RÉPONSES (avant ou après).

Exemples :

a) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} =$	b) $\frac{2}{16} \times \frac{3}{4} =$
c) $\frac{2}{5} \times \frac{3}{2} =$	d) $\frac{2}{7} \times \frac{7}{8} =$
e) $\frac{2}{15} \times \frac{3}{7} \times \frac{15}{4} \times \frac{7}{5} =$	f) $\frac{5}{18} \times \frac{12}{25} =$
g) $\frac{4}{9} \times \frac{5}{12} \times \frac{3}{10} =$	h) $5\frac{2}{3} \times 6\frac{1}{2} =$

Exponentiation de fractions

L'exposant s'applique à ce qu'il touche.

Ex : a) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$

b) $\frac{2^4}{5} =$

c) $\frac{3}{4^2} =$

12. Problèmes écrits et multiplication de fractions

Le mot « **de** », « **des** », « **du** » ou « **d'** » dans un problème écrit se traduit mathématiquement par une **multiplication**.

Ex 1 : Les $\frac{2}{3}$ des 600 élèves d'une école primaire participent à la sortie. Cela fait combien d'élèves ?

Ex 2 : Les $\frac{5}{6}$ des 30 participants à une course sont des garçons. Combien y a-t-il de filles ?

Ex 3 : Dans un bouquet de 45 fleurs, les $\frac{2}{5}$ sont des roses. Les autres fleurs sont des marguerites. Combien y a-t-il de marguerites dans ce bouquet ?

Calculer le pourcentage d'un nombre

Ex 4 : Les 20% des 50 autobus d'une compagnie doivent être réparés. Parmi ces derniers, 30% exigent des réparations urgentes. Combien d'autobus doivent être réparés en urgence ?

Calculer le pourcentage d'un nombre mentalement

% de	Opération équivalente	Exemple
50%	÷ 2	50% de 48 =
25%	÷ 4	25% de 80 =
20%	÷ 5	20% de 65 =
10%	÷ 10	10% de 570 =
1%	÷ 100	1% de 500 =

13. Calcul des rabais et des taxes

Rabais → on doit **soustraire** le rabais du prix. (première opération)

Taxes → on doit **additionner** les taxes au prix. (deuxième opération)

On calcule toujours le rabais avant les taxes.

Ex 1 : On offre un rabais de 30% sur un manteau étiqueté à 140\$ pour les soldes du mois de janvier. Quel sera le nouveau prix du manteau? (Il n'y a pas de taxes.)

Ex 2 : Tu veux acheter un jeu de société qui est affiché à 40\$. Combien payeras-tu étant donné qu'il y a des taxes de 15% ?

Ex 3 : Un ordinateur se vend 1800\$ à prix régulier, mais lors du « boxing day » un rabais de 40% a été annoncé. Sachant que les taxes applicables sont de 15%, quel est le prix final payé par un acheteur lors de cette journée?

14. Division de fractions

Inverse d'une fraction : Signifie qu'on inverse le numérateur et le dénominateur.

Ex :

Opposé d'une fraction : Signifie qu'on **change le signe** de la fraction.

Ex :

PROBLÈMES

- a) Maria veut servir des bouchées à ses invités. Elle a préparé 60 bouchées au total. Combien d'invités pourra-t-elle servir si elle veut que chaque invité ait deux bouchées ?

- b) Jacques veut servir de la pizza à ses invités. Il a commandé 20 petites pizzas. Combien d'invités pourra-t-il servir s'il distribue $\frac{1}{2}$ pizza à chacun ?

- c) Julie souhaite partager ses bonbons entre ses trois meilleures amies. Si elle a 36 bonbons au total, combien de bonbons aura chaque amie ?

- d) Roger souhaite partager ses deux tablettes et $\frac{3}{4}$ entre ses trois meilleurs amis. Quelle fraction d'une tablette aura chaque ami ?

- e) Combien de fois 4 entre dans 60 ?

- f) Combien de fois $\frac{1}{4}$ entre dans $\frac{24}{32}$? (opération logique!)

On multiplie la première fraction par l'inverse de la seconde.

TOUJOURS **SIMPLIFIER** LES RÉPONSES.

TRANSFORMER LA DIVISION EN MULTIPLICATION AVANT DE SIMPLIFIER !!!

Exemples :

a) $\frac{3}{4} \div \frac{5}{6}$	b) $\frac{2}{3} \div \frac{10}{9}$
c) $\frac{5}{6} \div 2$	d) $2\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{4}$

ANNEXE : Stratégies de résolution de problèmes

Bien connaître les opérations et les mots clés

Opération mathématique	Mots clés
+	plus, ajouter, augmenter, faire la somme, trouver le total, additionner
-	moins, enlever, diminuer, faire la différence, trouver le reste, retrancher, soustraire, retirer, trouver la partie, calculer l'écart
×	fois, fois plus, multiplier, double, triple, quadruple, produit
÷	fois moins, diviser, séparer, répartir, parts égales, moitié, tiers, quart, quotient
exposant	élever au carré, élever au cube, calculer la puissance

Les étapes de résolution de problèmes (Stratégies)

1. Lire une première fois le problème
2. Relire en soulignant les données importantes (mots clés, nombres, question)
3. Chercher les opérations à effectuer en s'aidant des problèmes types
4. Commencer la résolution étape par étape (TORU)
5. Valider notre réponse (fait-elle du sens ?)

Problèmes types

Additionner	1. On cherche le total ou le sous-total
Soustraire	1. On connaît le total et on cherche le reste ou la partie manquante $\text{Total} - \text{partie 1} - \text{partie 2} - \dots = \text{reste}$ 2. On cherche l' ÉCART (Écart = Max – Min) L'ÉCART est un nombre positif, il représente la distance entre deux données. 3. On cherche la VARIATION (Variation = Actuel – Antérieur) La VARIATION est un nombre + ou -, elle représente l'augmentation ou la diminution.
Multiplier	1. On a plusieurs fois un nombre (une quantité, un montant) 2. On a une fraction DE quelque chose (DE, D'UN, DU, DES) 3. On a un % DE quelque chose 4. On connaît le taux unitaire (quantité pour 1) et on veut trouver pour une plus grande quantité 5. On doit trouver la fraction équivalente
Diviser	1. On veut trouver la part de chacun (parts égales) 2. On veut trouver le taux unitaire (km/h, litre/h, \$/personne)