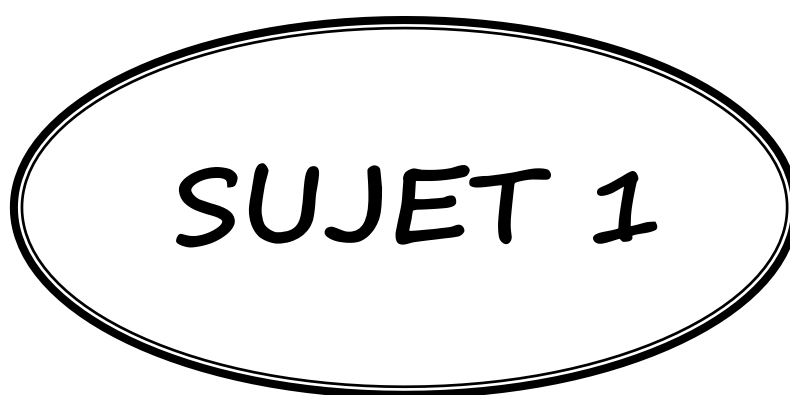


_____ NOM : _____

_____ 1 IMAT6 - _____

NOTES DE COURS



NOMBRES NATURELS

Vocabulaire de base / Démarche
Ensembles de nombres / Positions & valeur chiffres
Comparaison de nombres / Opérations (+, -, ×, ÷)
Arrondissement

Exponentiation / Propriété des opérations
Calcul mental / Critères de divisibilité
Factorisation PPCM PGCD / Priorités des opérations

1) VOCABULAIRE DE BASE

Nombre pair : Se divise par 2 sans reste.
Ex.: _____

Nombre impair : Ne se divise pas par 2 sans reste.
Ex.: _____

Nombre premier : Possède deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.
Ex.: _____
Attention ! _____

Nombre composé : Possède plus de deux diviseurs.
Ex.: _____

Nombre consécutifs : Deux nombres sont dits consécutifs s'ils se suivent.
Ex.: _____

MOTS CLÉS – OPÉRATIONS MATHÉMATIQUES					
	+	-	×	÷	Exposant
Résultat					
Autre					

2) Démarche de résolution de problème

La démarche TORU

Pour chaque étape de la résolution d'un problème, on doit :

T : Écrire un titre

Un titre par _____

Titre en lien avec _____

Commence souvent par : _____

Quand il y a plusieurs titres, les numéroter

O : Écrire une opération

_____ (contrairement à un calcul qui est à la verticale)

Une seule égalité par ligne (une opération par ligne)

Il est possible de faire une chaîne d'opérations (résoudre avec _____)

Tous les nombres utilisés doivent provenir du problème (laisser toutes les traces)

R : Écrire la réponse

U : Écrire les unités

À noter

Si on doit faire des calculs à la main, on le fait dans une _____ (droite).

À la toute fin du problème, on répond à la question initiale avec _____.

Exemple de démarche adéquate

Marie-Pier a besoin de s'acheter des crayons. Elle va au magasin et trouve 6 jolis crayons à mine à 3 pour 2\$, deux crayons à l'encre rouge à 3,45\$ chaque, 3 crayons à l'encre bleue à 2,35\$ chaque et 10 crayons marqueurs à 6,75\$ le paquet de 5 crayons. Elle passe à la caisse et paye avec un billet de 50\$ que sa mère lui a donné, quel montant lui revient-il ?

1. _____

$$6 \div 3 = 2 \text{ _____}$$

2. _____

$$10 \div 5 = 2 \text{ _____}$$

3. _____

$$2 \times 2 + 2 \times 3,45 + 3 \times 2,35 + 2 \times 6,75$$

$$= 4 + 6,90 + 7,05 + 13,50$$

$$= 31,45 \text{ _____}$$

4. _____

$$50 - 31,45 = 18,55 \text{ _____}$$

Réponse : _____

Pratique

Ex1 : Une bibliothèque contient 75 volumes écrits en français, 3 en anglais et 14 en espagnol. S'il y a en tout 100 volumes, combien sont écrits en d'autres langues?

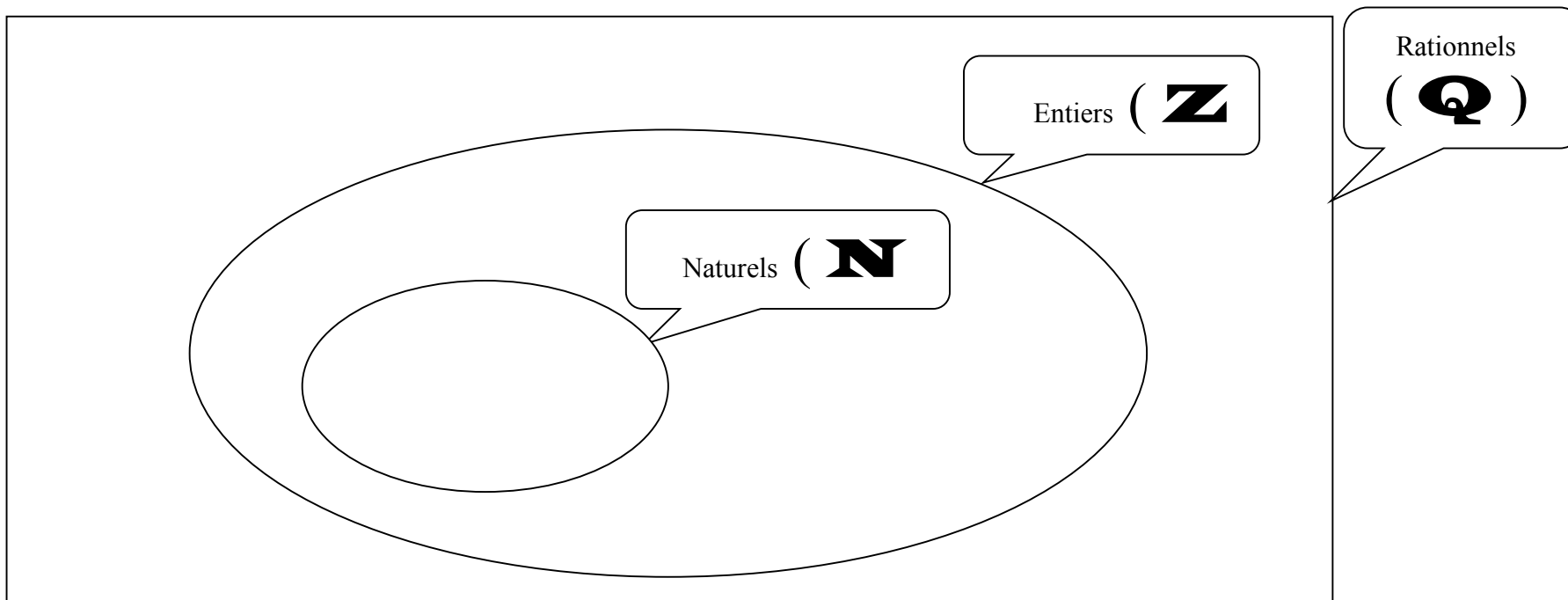
Démarche	Calculs
1) _____ $75 + 3 + 14 =$ _____	
2) _____ $100 -$ _____ $=$ _____	
R : _____ _____	

Ex2 : François, Nicolas et Julie collectionnent des timbres. François possède 732 timbres. Nicolas en a le double plus 67 timbres et Julie en a le triple de ce que les deux autres possèdent ensemble. Combien ont-ils de timbres en tout?

Démarche	Calculs
1) _____ de timbres de _____ _____ = _____	
2) _____ de timbres de _____ _____ = _____	
3) _____ de timbres au _____ _____ = _____	
R : _____ _____	

3) LES ENSEMBLES DE NOMBRES

<u>Symbole</u>	<u>Nom de l'ensemble</u>	<u>Définition en mots simples</u>
N	Ensemble des nombres naturels	Ce sont des nombres «ronds» et _____. 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...
Z	Ensemble des nombres entiers	Ce sont des nombres «ronds» _____ et _____. ..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...
Q	Ensemble des nombres rationnels	Ce sont des nombres _____



Les ensembles de nombres

Voici les ensembles de nombres et leur description en extension.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$	Nombre naturels
$\mathbb{Z} = \{\dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	Nombres entiers
$\mathbb{Q} = \{\dots; -4,5; -2,345; 0; \frac{3}{4}; 1; 7,96; \dots\}$	Nombres rationnels

Quelques symboles particuliers

- \mathbb{N}^* : ensemble des nombres naturels sans le 0. $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 \mathbb{N}^* se lit N étoilé
- \mathbb{Z}_+ : ensemble des nombres entiers positifs. $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$
 \mathbb{Z}_- : ensemble des nombres entiers négatifs. $\mathbb{Z}_- = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$

À noter, on inclut le 0 dans les nombres positifs et négatifs.
Les symboles + ou – en indices servent également pour l'ensemble des nombres rationnels.

- \in : est élément de
On peut écrire : $2 \in \mathbb{N}$
 $2 \in \mathbb{Z}_+$
- \notin : n'est pas élément de
On peut écrire : $-3 \notin \mathbb{N}$

4) NOTRE SYSTÈME DE NUMÉRATION

Positions	...	Unités de billions	Centaines de milliards	Dizaines de milliards	Unités de milliards	Centaines de millions	Dizaines de millions	Unités de millions	Centaines de mille	Dizaines de mille	Unités de mille	centaines	dizaines	unités
Valeurs	...	1 000 000 000 000	100 000 000 000	10 000 000 000	1 000 000 000	100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1

Différencier valeur et position

Ex : Soit le nombre 230.

Quelle est la valeur du 3 ? _____

Quelle est la position du 3 ? _____

Forme développée d'un nombre

$$12\ 364 = 1 \times 10\ 000 + 2 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 6 \times 10 + 4 \times 1$$

a) $235\ 041 =$

b) $901\ 004 =$

c) $2 \times 1\ 000 + 7 \times 10 + 3 \times 1 =$

Forme développée d'un nombre

$$12\ 364 = 1 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

a) $3\ 458\ 921 =$

b) $2\ 005 =$

c) $2 \times 10^7 + 3 \times 10^6 + 1 \times 10^4 + 9 \times 10^2 + 2 \times 10^0 =$

Soit le nombre 123 456...

1) Combien y-a-t-il de centaines dans ce nombre ? _____

2) Combien y-a-t-il de dizaines dans ce nombre ? _____

3) Combien y-a-t-il de unités de mille dans ce nombre ? _____

4) Combien y-a-t-il de centaines de mille dans ce nombre ? _____

5) COMPARAISON DES NOMBRES

Lorsqu'on compare des nombres entre eux, on peut utiliser les relations :

- ❖ Est plus petit que ... ($<$) Ex: _____
- ❖ Est plus grand que ... ($>$) Ex: _____
- ❖ Est égal à ... ($=$) Ex: _____

On peut aussi ordonner les nombres :

- ❖ **Ordre croissant**: du plus petit au plus grand
- ❖ **Ordre décroissant**: du plus grand au plus petit

Ex1: Place les nombres suivants en ordre croissant.

1 028 2655 1013 1111 1234 1099

Ex2: Place les nombres suivants en ordre décroissant.

1 098 1232 1023 1174 1030 1100

6) CALCULS À LA MAIN (RAPPEL)

ADDITION ET SOUSTRACTION

→ On doit aligner les chiffres ayant la même position.

Ex1: $1234 + 978 =$

Ex2 : $5417 - 34 =$

Ex3 : $7006 - 175 =$

MULTIPLICATION

Ex1 :
$$\begin{array}{r} 342 \\ \times 25 \\ \hline \end{array}$$

Ex2 :
$$\begin{array}{r} 1005 \\ \times 131 \\ \hline \end{array}$$

DIVISION

→ On peut donner la réponse de trois façons différentes :

- Partie entière avec le reste
- Nombre fractionnaire
- Nombre décimal (à virgule)

Partie entière avec le reste

Nombre fractionnaire

Nombre décimal

Ex1 : $123 \overline{)4}$

Ex2 : $90 \overline{)8}$

Ex3 : $2255 \overline{)22}$

ATTENTION!

Lors de la division, on doit donner une réponse appropriée selon le contexte du problème. (Notation entière, décimale ou fractionnaire.)

Effectue la division suivante : $186 \div 12$

SITUATION 1

Cent quatre-vingt-six élèves se rendent au zoo. Au cours de la visite, les personnages qui agissent comme guides ne peuvent accompagner plus de 12 élèves chacune. Combien de guides doit-on prévoir?

Réponse : _____

SITUATION 2

On doit répartir également 186 sandwichs sur 12 plateaux. Combien de sandwichs mettra-t-on sur chaque plateau?

Réponse : _____

SITUATION 3

On désire payer un lecteur DVD, qui coûte 186\$, en 12 versements égaux. Quel est le montant de chaque versement?

Réponse : _____

Terme manquant

Terme manquant	Opération logique	Calcul
ADDITION		
____ + 34 = 95		
23 + ____ = 108		
SOUSTRACTION		
183 - ____ = 54		
____ - 5 = 12		
MULTIPLICATION		
23 x ____ = 161		
____ x 6 = 120		
DIVISION		
____ ÷ 12 = 9		
72 ÷ ____ = 8		

7) ARRONDISSEMENT

UNE SEULE RÉPONSE EST ACCEPTABLE.

On l'utilise lorsqu'on connaît la valeur finale (la réponse).

Pour arrondir un nombre :

- ❶ Souligner le chiffre à la position demandée.
- ❷ Regarder (encercler) la valeur du chiffre à sa droite pour prendre une décision :

Si le chiffre encerclé est ...

⇒ **plus petit que 5**

Ne rien changer à la position soulignée.

⇒ **plus grand ou égal à 5**

Ajouter 1 à la position soulignée.

- ❸ Remplacer tous les chiffres placés à la droite du nombre souligné par des zéros.

Quelques exemples :

a) arrondis à la centaine près:

1) 2 350 _____ 2) 72 762 _____

b) arrondis à la dizaine de mille près:

1) 102 197 _____ 2) 496 341 _____

c) arrondis à la dizaine près:

1) 5 846 _____ 2) 12 532 _____

d) arrondis à l'unité de mille près:

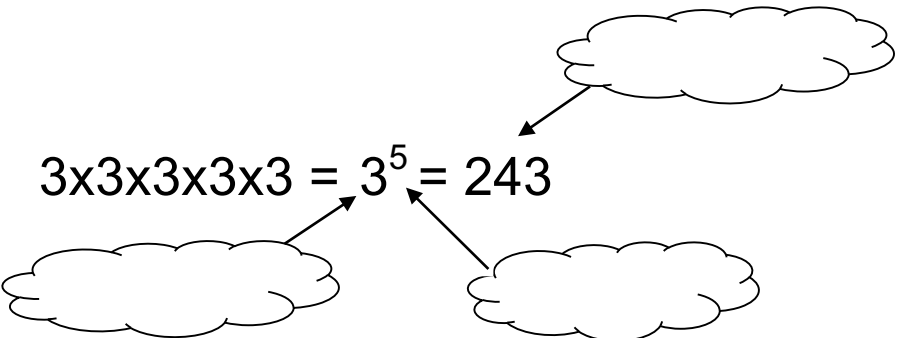
1) 4 489 _____ 2) 49 732 _____

e) arrondis à la dizaine de mille près :

1) 2 934 _____ 2) 39 463 _____

8) NOTATION EXPONENTIELLE

La notation exponentielle permet d'écrire le produit de plusieurs facteurs identiques sous une forme abrégée.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$$


On lit: _____ ou

- L'expression 4^2 se lit « 4 exposant 2 » ou « 4 au carré ».
- L'expression 4^3 se lit « 4 exposant 3 » ou « 4 au cube ».

Un nombre carré parfait est un « nombre qui est le carré d'un nombre naturel »

Ex : _____

Un nombre cube parfait est un « nombre qui est le cube d'un nombre naturel »

Ex : _____

Particularités des exposants :

Les exposants 0 et 1 présentent certaines particularités.

Ex :

Ex :

Un exposant zéro
donne toujours _____

Un exposant 1 donne
toujours _____

9) PROPRIÉTÉS DES OPÉRATIONS

Propriétés de l'addition

L'addition est l'opération inverse de la _____.

Lorsqu'on additionne, on a le droit de :

- Changer les chiffres de place : COMMUTATIVITÉ

Ex :

- Changer l'ordre : ASSOCIATIVITÉ

Ex :

- Additionner zéro ne change rien : ÉLÉMENT NEUTRE (0)

Ex :

Propriétés de la multiplication

La multiplication est l'opération inverse de la _____.

Lorsqu'on multiplie, on a le droit de :

- Changer les chiffres de place : COMMUTATIVITÉ

Ex :

- Changer l'ordre : ASSOCIATIVITÉ

Ex :

- Multiplier par 1 ne change rien : ÉLÉMENT NEUTRE (1)

Ex :

- Multiplier par 0 donne toujours 0 : ÉLÉMENT ABSORBANT(0)

Ex :

- On peut distribuer la multiplication sur l'addition ou la soustraction :
DISTRIBUTIVITÉ

Ex :

10) CALCUL MENTAL

ASSOCIATIVITÉ ET COMMUTATIVITÉ : On associe les nombres ou on change l'ordre des nombres afin de trouver des **nombres compatibles**.

Les **nombres compatibles** sont des nombres qui se terminent par zéro une fois additionnés ou multipliés.

Exemple : $12 + 18 = 30$ $25 \times 4 = 100$

Ex1 : $17 + 55 + 15 =$

Ex2 : $43 + 29 + 17 =$

Ex3 : $32 \times 25 \times 4 =$

Ex4 : $50 \times 14 \times 2 =$

ÉLÉMENT NEUTRE ET ÉLÉMENT ABSORBANT : Savoir les reconnaître.

Ex1 : $34 \times 78 \times 5 \times 0 =$

Ex2 : $756 + 0 =$

Ex3 : $9541 \times 1 =$

AUTRES ASTUCES POUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION :

Décomposer un des nombres ou compléter et réajuster.

Ex1 : $55 + 37 =$

Ex2 : $167 - 53 =$

DISTRIBUTIVITÉ : Multiplier en décomposant un des nombres ou en complétant et réajustant.

Ex 1: $15 \times 12 =$

Ex2 : $6 \times 98 =$

11) CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ

Un nombre est divisible par ...

2 si le chiffre des unités est un nombre pair.

Ex : _____

3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

Ex : _____

4 si le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4.

Ex : _____

5 si le chiffre des unités est 0 ou 5.

Ex : _____

6 s'il est divisible par 2 **et** 3.

Ex : _____

9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Ex : _____

10 si le dernier chiffre est 0.

Ex : _____

12 s'il est divisible par 3 **et** 4.

Ex : _____

25 si le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 25.

Ex : _____

12) FACTORISATION D'UN NOMBRE

Factoriser, c'est écrire un nombre sous la forme d'une **multiplication de facteurs**.

Il y a souvent plusieurs factorisations possibles.

Exemple : Pour factoriser le nombre 24, on peut écrire : 2×12 ou $2 \times 3 \times 4$.

Trouve une autre factorisation du nombre 24 : _____

La factorisation première d'un nombre

On trouve la factorisation première d'un nombre lorsque tous les facteurs choisis pour la factorisation sont des **nombre premiers**.

Il n'y a qu'une seule réponse possible.

Exemple : La factorisation première de 24 est : $2 \times 2 \times 2 \times 3$

Écris la factorisation première de 24 en **notation exponentielle** : _____

Astuce : pour trouver facilement une factorisation première, utilise l'arbre des facteurs.

Exemple 1) 325

Exemple 2) 220

Factorisation première : _____

Factorisation première : _____

Notation exponentielle : _____

Notation exponentielle : _____

13) PGCD et PPCM

PGCD : _____
(Mot-clé : Partager, séparer, former des groupes)

PPCM : _____
(Mot-clé : Futur, temps, même moment)

Pour trouver le PGCD ou le PPCM de deux ou trois nombres, tu dois trouver la factorisation première de chaque nombre, puis encercler les facteurs communs.

Le **PGCD** de deux nombres ou plus est obtenu en multipliant les **facteurs communs** de ces nombres.

Le **PPCM** de deux nombres ou plus est obtenu en multipliant le **PGCD** de ces nombres par **tous les facteurs restants**.

Ex1 : Trouve le PGCD et le PPCM de 42 et 144.

Démarche	Calculs
Facteurs premiers des nombres 42 et 144	Arbres
PGCD (__, __) =	
PPCM (__, __) =	Diagramme (facultatif)

Résolution de problème à l'aide du PGCD et du PPCM

Pour débiter, il faut identifier si on aura besoin du PGCDiviseur ou du PPCMultiple pour résoudre le problème. (Voir mots-clés de la page précédente)

Ex1 : Un groupe d'élèves de l'école a amassé 210 livres et 175 jouets usagés pour les redistribuer à des familles qui en ont besoin. Ils veulent former le plus grand nombre de sacs contenant chacun la même quantité de jouets et de livres. Combien de famille pourront bénéficier de ce cadeau?

Démarche	Calculs
Facteurs premiers de _____ P_____ (____, ____)=	

Ex2 : Deux athlètes s'entraînent pour le prochain marathon dans le parc devant chez toi. Ronaldo fait le tour du parc en 8 minutes et David le fait en 10 minutes. S'ils gardent une vitesse constante et qu'ils sont passés en même temps devant ta fenêtre à 9h10, à quelle heure repasseront ils en même temps?

Démarche	Calculs
Facteurs premiers de _____ P_____ (____, ____)=	

14) PRIORITÉS DES OPÉRATIONS ET CHÂÎNES D'OPÉRATIONS

Chaînes d'opérations

Les chaînes d'opérations permettent d'écrire en une seule expression la suite des opérations à effectuer pour résoudre un problème.

Priorités d'opérations (PEMDAS ou PEDMAS)

Parenthèses

Exposants

Multiplications et divisions → de GAUCHE à DROITE

Additions et soustractions → de GAUCHE à DROITE

La démarche entonnoir

Ex1 : $60 - 24 \div (3^2 - 5) \times 5 + 1$ Ex2 : $((5 - 2)^2 + 2 \times 2^3) \times 4 + 3$

Calcule le résultat des chaînes d'opérations suivantes à l'aide de la démarche entonnoir.

a) $4 \div (17 - 3 \times 5)$

b) $12 \div 3 \times 2 - 7$

c) $21 - 4 \times 5 + (6 + 3^2)$

d) $[3 \times (6 + 4)] \div (2 \times 5)$

Truc pour plus de rapidité

On peut effectuer plus d'une opération à la fois

- Tous les exposants en même temps.
- Toutes les parenthèses en même temps **si elles sont séparées**.
- Les multiplications et divisions en même temps **si elles sont séparées** par des additions ou des soustractions. (Gauche à droite)

Ex1: $3 \times 6 - 5 \times (2^2 + 8) \div 10 - 7$

Ex2: $4 \times (6^2 \div 9) + (5 - 3) \div 2 - 44 \div 2^2$

ANNEXE : Stratégies de résolution de problèmes

Bien connaître les opérations et les mots clés

Opération mathématique	Mots clés
+	plus, ajouter, augmenter, faire la somme, trouver le total, additionner
-	moins, enlever, diminuer, faire la différence, trouver le reste, retrancher, soustraire, retirer, trouver la partie, calculer l'écart
×	fois, fois plus, multiplier, double, triple, quadruple, produit
÷	fois moins, diviser, séparer, répartir, parts égales, moitié, tiers, quart, quotient
exposant	élever au carré, élever au cube, calculer la puissance

Les étapes de résolution de problèmes

1. Lire une première fois le problème
2. Relire en soulignant les données importantes (mots clés, nombres, question)
3. Chercher les opérations à effectuer en s'aidant des problèmes types
4. Commencer la résolution étape par étape (TORU)
5. Valider notre réponse (fait-elle du sens ?)

Problèmes types

Additionner	1. On cherche le total ou le sous-total
Soustraire	1. On connaît le total et on cherche le reste ou la partie manquante $\text{Total} - \text{partie 1} - \text{partie 2} - \dots = \text{reste}$ 2. On cherche l'ÉQUART (Max – Min) L'ÉCART est un nombre positif, il représente la distance entre deux données. 3. On cherche la VARIATION (Actuel – Antérieur) La VARIATION est un nombre + ou -, elle représente l'augmentation ou la diminution.
Multiplier	1. On a plusieurs fois un nombre (une quantité, un montant) 2. On a une fraction DE quelque chose (DE, D'UN, DU, DES) 3. On a un % DE quelque chose 4. On connaît le taux unitaire (quantité pour 1) et on veut trouver pour une plus grande quantité 5. On doit trouver la fraction équivalente
Diviser	1. On veut trouver la part de chacun (parts égales) 2. On veut trouver le taux unitaire (km/h, litre/h, \$/personne)

Évidemment, on peut mélanger plus d'une opération dans un problème !